



© 2018 Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

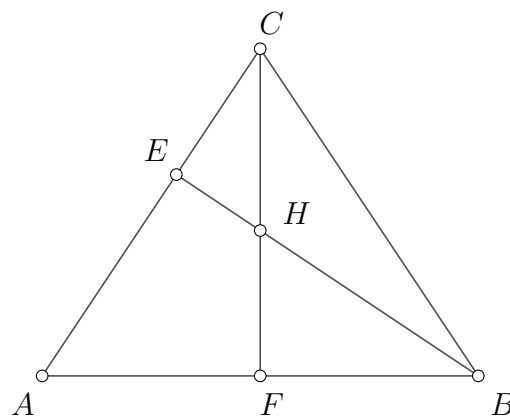
581211

Man bestimme die kleinstmögliche Quersumme einer durch 37 teilbaren positiven ganzen Zahl.

581212

Ein Dreieck  $ABC$  sei spitzwinklig und gleichschenkelig mit  $|BC| = |CA|$ . Die Fußpunkte der Höhen von  $B$  und  $C$  auf die jeweils gegenüberliegenden Dreiecksseiten  $\overline{CA}$  und  $\overline{AB}$  werden mit  $E$  beziehungsweise  $F$  bezeichnet. Der Schnittpunkt der Höhen  $\overline{CF}$  und  $\overline{BE}$  sei  $H$ , vgl. Abbildung A 581212.

Wie groß ist der Flächeninhalt des Vierecks  $HEAF$ , wenn die Längen  $|CE| = 5$  und  $|EA| = 8$  bekannt sind?



A 581212

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

581213

Auf einem Schachbrett mit  $8 \times 8$  Feldern bedroht ein Turm alle Schachfiguren, die in der gleichen Zeile oder der gleichen Spalte stehen wie er selbst, unabhängig davon, ob ein weiterer Turm dazwischen steht oder nicht.

Wie viele Türme können auf dem Schachbrett maximal so platziert werden, dass jeder Turm höchstens zwei weitere Türme bedroht?

581214

Gesucht sind alle Paare  $(x, y)$  reeller Zahlen, die das folgende Gleichungssystem erfüllen:

$$x^2 + ay = a, \tag{1}$$

$$x + a^2y^2 = a. \tag{2}$$

- a) Für  $a = 1$  bestimme man alle Lösungspaare  $(x, y)$ .
- b) Man bestimme für jede beliebige reelle Zahl  $a$  die Anzahl der verschiedenen Lösungspaare und gebe diese an.