Olympiadeklasse **8**

58. Mathematik–Olympiade
1. Runde (Schulrunde)
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

580811

Bei der Mitgliederversammlung in einem Sportverein hatten die 80 anwesenden Mitglieder über drei Anträge abzustimmen:

a) Für den ersten Antrag stimmten 65 % der Mitglieder, alle anderen stimmten dagegen.

Berechne, wie viele Mitglieder für und wie viele gegen den ersten Antrag stimmten.

b) Gegen den zweiten Antrag stimmten 20 Mitglieder, 12 enthielten sich der Stimme, die übrigen stimmten für diesen Antrag.

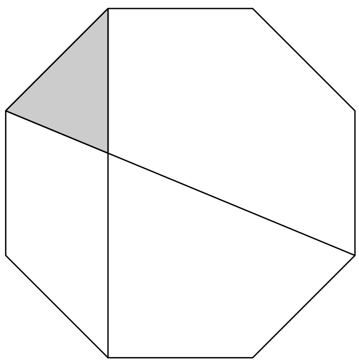
Berechne, wie viel Prozent der Mitglieder für den zweiten Antrag stimmten, wie viel Prozent sich der Stimme enthielten und wie viel Prozent gegen diesen Antrag stimmten.

c) Beim dritten Antrag hatten die Befürworter 12 Stimmen mehr als die Gegner. Stimmenthaltungen gab es keine.

Berechne, wie viele Mitglieder für und wie viele gegen den dritten Antrag stimmten.

580812

In einem regelmäßigen Achteck wird, wie in der Abbildung dargestellt, durch zwei Diagonalen und eine Seite ein grau markiertes Dreieck begrenzt. Bestimme die Größen der Innenwinkel dieses Dreiecks.



Hinweis: Alle gesuchten Größen sind mit geometrischen Argumenten exakt zu bestimmen. Messungen mit Lineal oder Geodreieck sind dafür nicht zulässig, da diese niemals exakt sind.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

580813

An der Tafel stehen die natürlichen Zahlen von 1 bis 100. Nacheinander wird folgender Schritt wiederholt durchgeführt:

> Zwei Zahlen an der Tafel werden ausgewählt und durch die letzte Ziffer ihrer Summe und die letzte Ziffer ihres Produkts ersetzt.

Lässt sich durch geschickte Wahl der jeweils zu ersetzenden Zahlen erreichen, dass irgendwann nur noch gerade Zahlen an der Tafel stehen?

Wenn ja, beschreibe ein mögliches Vorgehen. Wenn nein, begründe, warum das unmöglich ist.

580814

Auf einem Tisch stehen eine Balkenwaage mit zwei Waagschalen und ein Satz Wägestücke. Dieser besteht aus je einem Wägestück der Masse 1 g, 2 g, 4 g, 8 g, 16 g, 32 g, 64 g, 128 g, 256 g, 512 g, 1 024 g und 2 048 g. Auf die linke Waagschale wird ein Eisenblock mit einer Masse von 1 111 g gelegt. Es wird ein geeignetes Wägestück derart ausgewählt, dass durch das geeignete Verteilen dieses Wägestückes und aller leichteren aus dem Wägesatz auf die beiden Waagschalen Gleichgewicht hergestellt wird.

Begründe, dass die Wägestücke wie beschrieben auf die beiden Waagschalen aufgeteilt werden können und dass dann das 16 g-Stück unabhängig von der konkreten Aufteilung stets in der gleichen Waagschale liegt.

Hinweis: Bei einer Balkenwaage mit zwei Waagschalen herrscht genau dann Gleichgewicht, wenn auf beiden Waagschalen die gleiche Masse liegt.