

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK SACHSEN

Aufgaben

Klasse 8

2017/18

Serie 1

-
1. Informiere dich über das Schubfachprinzip, welches zum Lösen der folgenden Aufgabe hilfreich sein kann. Eine Schießscheibe habe die Form eines Trapezes mit den Grundseiten $\overline{AB} = a$ und $\overline{CD} = c$ und den Schenkeln $\overline{BC} = b$ und $\overline{AD} = d$ und es gelte $b = d$.
7 Schützen geben je 5 Schüsse ab, wobei jeder dieser Schützen genau dreimal die Schießscheibe trifft.
- a) Zeige: Wenn $a = 3$ und $b = 1$ und $c = 2$ gilt, dann kann der minimale Abstand zweier Einschusslöcher den Wert $\frac{1}{2}$ nicht übersteigen. (4 P)
- b) Zeige: Wenn 27 Schützen schießen, von denen ebenfalls jeder genau dreimal die Schießscheibe trifft, und wenn a, b, c die oben angegebenen Längen haben, dann kann der minimale Abstand zweier Einschusslöcher den Wert $\frac{1}{4}$ nicht übersteigen. (2 P)
2. Beweise folgende Aussagen:
- a) Wenn $a, b, c > 0$ gilt, dann gilt $(a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a) \geq 8 \cdot a \cdot b \cdot c$.
Wann gilt das Gleichheitszeichen? (3 P)
- b) Für alle reellen Zahlen a, b, c gilt $a^2 + b^2 + c^2 \geq a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c$.
Wann gilt das Gleichheitszeichen? (3 P)
3. Vereinfache folgende Terme (in ihrem Definitionsbereich) so weit wie möglich.
- a) $\left(\frac{x+y}{3x-5y} - \frac{x+y}{3x+5y} \right) : \frac{5x^2-5y^2}{9x^2-25y^2}$
- b) $\left(\frac{x}{b^2+b} - \frac{x}{b-1} + \frac{b \cdot x + 1}{b^2-1} \right) : \frac{1}{b^2-b}$
- c) $\left(1 + \frac{s^2}{r^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{r^2-s^2} - \frac{1}{r^2+s^2} \right) - \frac{2}{r^2-s^2}$ (6 P)
- [Beachte, dass man außer dem Ausklammern gemeinsamer Faktoren auch die binomischen Formeln zum Faktorisieren von Summen verwenden kann.]
4. Ermittle alle Paare (a, b) aus natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllen:
- (1) Die Summe von a und b beträgt 324.
(2) Der größte gemeinsame Teiler von a und b ist 36.
(3) Die Zahl a ist größer als die Zahl b , aber nicht größer als das Doppelte von b . (6 P)
5. Frau Neumann möchte für eine Familienfeier Wein kaufen. Im Getränkemarkt gibt es zwei ihrer Lieblingssorten; bei der einen Sorte kostet jede Flasche 3,50 €, bei der anderen 8,50 €. Frau Neumann möchte von jeder dieser Sorten mindestens eine Flasche kaufen, andere Sorten aber nicht. Insgesamt will sie genau 75 € für den Wein ausgeben.
Ermittle alle Möglichkeiten, welche Anzahlen von Flaschen der beiden Sorten gewählt werden können, um die genannten Bedingungen zu erfüllen. (6 P)

Mit den Lösungen zur 1. Serie erhältst du das „Arbeitsmaterial für Korrespondenzzirkel Mathematik - Klasse 8“ (kurz „Arbeitsmaterial“) zugeschickt. Es ist auch noch für den Gebrauch in höheren Klassenstufen bestimmt. Über seine Verwendung erhältst du laufend Hinweise. Es ist nicht zu erwarten, dass du alles schon beim ersten Durchlesen voll begreifst. Völlige Klarheit dürfte sich erst nach längerer Zeit und bei mehrfachem Durcharbeiten einstellen. Nimm dir Zeit, den Stoff laufend und am Ende des Schuljahrs im Zusammenhang zu wiederholen. Solltest du eine Aufgabe trotz großer Bemühungen nicht lösen können, ist das nicht schlimm. Schau dir die dann gelieferte Musterlösung umso genauer an. Viel Freude und Erfolg bei der Arbeit!

Letzter Einsendetermin: 12.09.2017